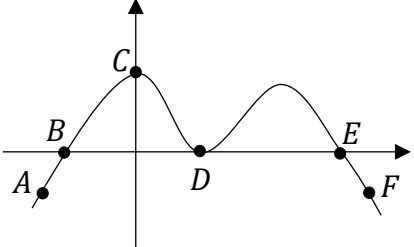
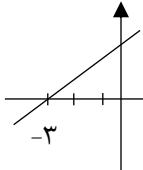


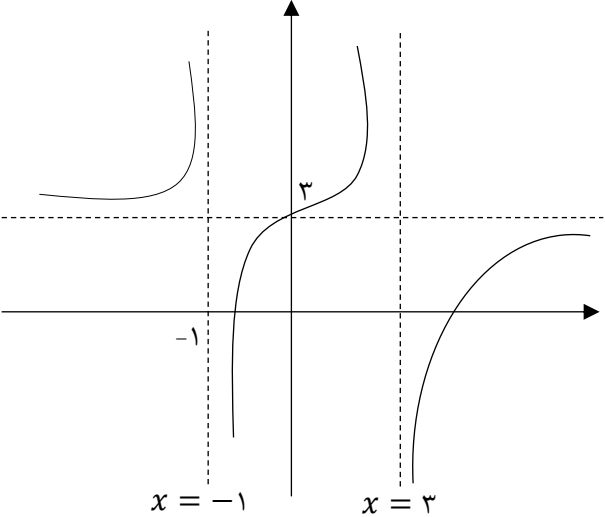
سؤالات آزمون شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	تاریخ : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱	تعداد صفحه : ۳	صفحه
دانش آموزان پایه دوازدهم در اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۲		اداره کل آموزش و پرورش استان قزوین	

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد	نمره
------	---	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>(الف) عبارت $32 - x^5$ بر $x + 2$ بخشپذیر است.</p> <p>(ب) نمودار $y = \frac{2}{3} f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}x\right)$ از انبساط افقی و انبساط عمودی نمودار $y = f(x)$ حاصل می شود.</p> <p>(ج) هر نقطه دامنه که مشتق در آن صفر است اکسترمم نسبی است.</p> <p>(د) هر تابع پیوسته در بازه $[a, b]$ حتماً اکسترمم نسبی دارد.</p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>(الف) بُرد تابع $f(x) = 3\sin 2x - 1$ برابر بازه است.</p> <p>(ب) نقطه روی منحنی روبرو نقطه‌ای است که مقدار تابع در آن صفر است ولی مقدار مشتق تابع در آن مثبت است.</p>  <p>(ج) مجانب افقی تابع $f(x) = \frac{3x - \sqrt{x}}{ 4x - 1 }$ برابر است.</p> <p>(د) اگر نمودار مشتق اول تابع $f(x)$ بصورت</p>  <p>باشد آنگاه $x = -3$ در تابع اولیه طول نقطه خواهد بود. (ماکزیمم نسبی - می‌نیمم نسبی - عطف)</p>	۲
۳	<p>(الف) فرض کنید f در یک فاصله اکیداً نزولی باشد و a و b متعلق به این فاصله باشد اگر $f(a) \leq f(b)$ نشان دهید $a \geq b$</p> <p>(ب) اگر $\log_{.71}(x + 2) \leq \log_{.71}(2x - 4)$ حدود x را بیابید.</p>	۳
۱	<p>حاصل حدهای روبرو را بیابید.</p> <p>(الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[-x] - 3}{ 2x - 1 } =$</p> <p>(ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3}{5x - 1} =$</p>	۴
ادامه سوالات صفحه دوم		

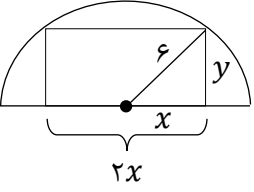
سؤالات آزمون شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	تاریخ : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱	تعداد صفحه : ۳	صفحه
دانش آموزان پایه دوازدهم در اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۲		اداره کل آموزش و پرورش استان قزوین	

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد	نمره
------	---	------

۵	با توجه به نمودار حاصل حدهای زیر را بیابید.	۰/۷۵
		
	الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$	
	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] =$	
	ج) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x - 1) =$	
۶	نمودار تابعی را در دستگاه مختصات رسم کنید که در همه شرایط زیر صدق کند الف) خط $x = 2$ مجانب قائم آن باشد. ب) نقطه $A \left[\begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix} \right]$ نقطه ماکزیمم نسبی مشتق پذیر آن باشد. ج) نقطه $\left[\begin{matrix} 4 \\ -2 \end{matrix} \right]$ نقطه می نیمم نسبی مشتق ناپذیر آن باشد.	۰/۷۵
۷	به کمک تعریف مشتق، مشتق پذیری $f(x) = x^2 + 2x $ را در $x = -2$ بررسی کنید و نوع نقطه را مشخص کنید.	۱/۵
۸	معادله مثلثاتی روبرو را حل کنید و جواب های کلی آنرا مشخص کنید. $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$	۱/۵
۹	مشتق تابع $f(x) = (1 - 2x) \cdot \sqrt{\cos x}$ را در $x = 0$ بیابید.	۱
۱۰	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & x < 1 \\ x - 2 & 1 \leq x < 3 \\ 4 & x \geq 3 \end{cases}$ مفروض است. الف) نمودار تابع f را در دستگاه مختصات رسم کنید. ب) مختصات نقاط مشتق ناپذیر را به کمک نمودار بیابید. ج) ضابطه تابع مشتق را بنویسید.	۲/۲۵
ادامه سوالات صفحه سوم		

سؤالات آزمون شبه نهایی درس : حسابان ۲	رشته : ریاضی و فیزیک	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	تاریخ : ۱۴۰۲/۰۲/۱۱	تعداد صفحه : ۳ صفحه	
دانش آموزان پایه دوازدهم در اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۲		اداره کل آموزش و پرورش استان قزوین	

ردیف	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد	نمره
------	---	------

۱۱	آهنگ تغییر متوسط $f(x) = 2x - x^2$ در بازه $[0, b]$ برابر آهنگ لحظه‌ای در $x = 2$ است. مقدار b را بیابید.	۱/۵
۱۲	نقاط بحرانی و نقاط اکسترمم مطلق تابع روبرو را به کمک رسم نمودار بیابید.	۲
	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & 1 \leq x < 5 \\ 4-x & 5 \leq x \leq 10 \end{cases}$	
۱۳	مقادیر a و b را چنان بیابید که نقطه $(1, 2)$ نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = ax^3 - 6x + b$ باشد.	۱/۲۵
۱۴	بیشترین مساحت مستطیلی که یک ضلع آن بر قطر نیم دایره به شعاع ۶ واحد و دو رأس دیگر آن روی نیم‌دایره باشد، را بیابید.	۱/۵
		
۲۰	جمع نمرات	«موفق و پیروز باشید»

دیا سبغ امتحان شبہ نامی حسابان ۲۔ اسان قزوبین۔ ۱۱، ۲، ۱۴۰۲
 امیر قلی پور۔ رتہ ۵۹۔ ٹلور ریاضی ۹۴

(۱) الف) غلط (ب) درست (ج) غلط (د) غلط

(۲) الف) $[-۴, ۲]$ (ب) B (ج) $y = \frac{۳}{۴}$ (د) مینیمم نسبی

(۳) الف) فرضی خلف: فرضی لیم $a < b$ باشد: تابع الیاً تزدلی است $a < b \Rightarrow f(a) > f(b)$

چون طبق فرضی سوال داریم $f(a) \leq f(b)$ پس فرضی خلف باطل بود، و حکم $(a \geq b)$ ثابت می شود.

(ب) تابع $\log_a x$ ($0 < a < 1$) کثیف تابع الیاً تزدلی است پس داریم:

$$\log_{1/2}(x+2) \leq \log_{1/2}(2x-4) \xrightarrow[\text{تزدلی}]{\text{الیاً}} x+2 \geq 2x-4 \Rightarrow 4 \geq x$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 4] \text{ (I)}$$

از طرفی دامنه \log داریم $(0, +\infty)$ است پس داریم:

$$x+2 > 0 \Rightarrow x > -2 \text{ (II)}$$

$$2x-4 > 0 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2 \text{ (III)}$$

$$\text{(I), (II), (III)} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \boxed{x \in (2, 4]}$$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[-x]-3}{|2x-1|} = \frac{[-\frac{1}{2}]-3}{|2 \cdot \frac{1}{2}-1|} = \frac{-1-3}{|1-1|} = \frac{-4}{0} = -\infty$ (۱۴)

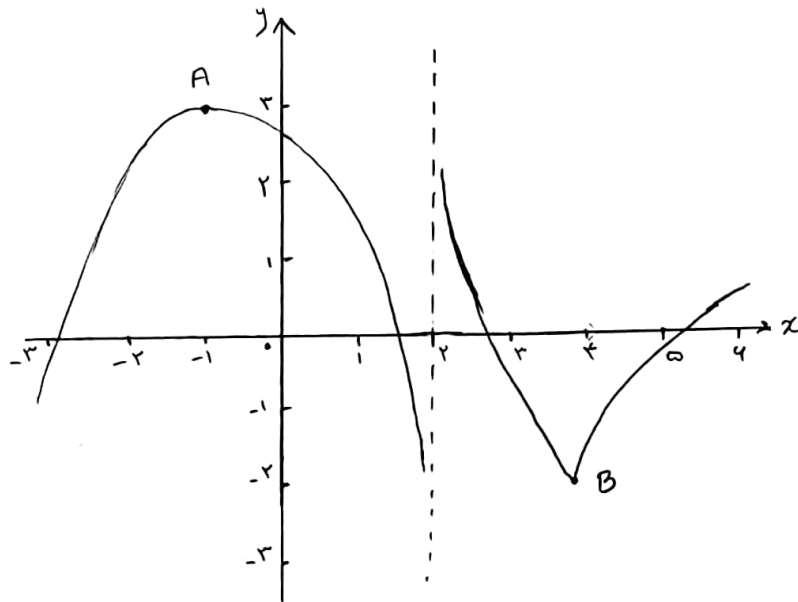
ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-1}+3}{5x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2}}{5x} = \frac{|2x|}{5x} = \frac{-2x}{5x} = -\frac{2}{5}$

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = [3^-] = 2$

(5)

ج) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x-1) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = -\infty$



(4)

$f(x) = |x^2 + 2x|$

(7)

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$P(x) = x^2 + 2x = x(x+2)$

x	-2	0
$P(x)$	$+$	$-$
	$+$	$+$

داخل قدر مطلق
ابتدا تابع را تعیین علامت می کنیم :

$\Rightarrow f'_+(-2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-P(-2+h) - 0}{h} = \frac{-((-2+h)^2 + 2(-2+h))}{h}$

$= \frac{-(h^2 - 4h + 4 - 4 + 2h)}{h} = \frac{2h - h^2}{h} = 2 - h = \boxed{2}$

$f'_-(-2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(-2+h) - 0}{h} = \frac{(-2+h)^2 + 2(-2+h)}{h} = \frac{4 - 4h + h^2 - 4 + 2h}{h}$

$= \frac{h^2 - 2h}{h} = h - 2 = \boxed{-2}$

چون مشتق راست و چپ برابر نیستند، تابع در نقطه $x = -2$ مشتق پذیر نیست و نقطه میثمن نیستی

کوته تر است. $f'_-(-2) < 0$, $f'_+(-2) > 0 \Rightarrow$ Min است.

$$\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\Rightarrow 1 - \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x - \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x (1 - \sin x) = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin x = 0 \Rightarrow \boxed{x = k\pi} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \boxed{x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}} \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

اجماع ۳ دسته جواب درست است. مطلوب مسئله است.

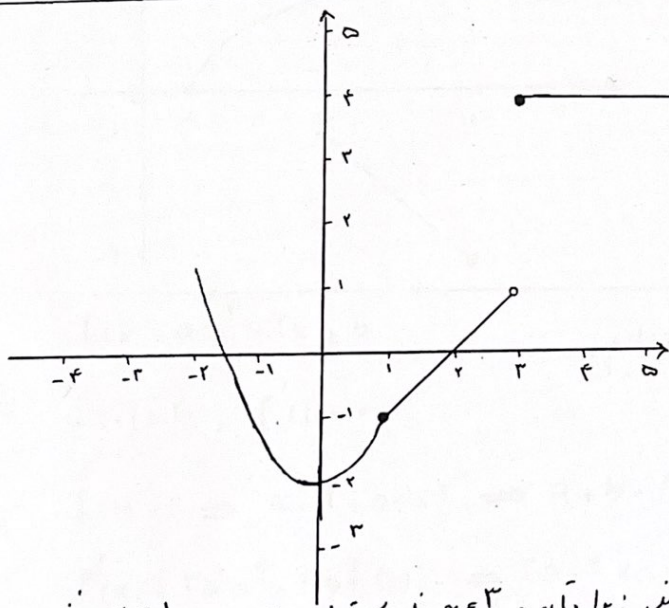
$$f(x) = \frac{(1-2x)}{u} \cdot \frac{\sqrt{\cos x}}{v}$$

$$f'(x) = u'v + uv'$$

$$u' = -2, \quad v' = (\sqrt{\cos x})' = \frac{(\cos x)'}{2\sqrt{\cos x}} = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -2\sqrt{\cos x} + (1-2x) \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$$

$$f'(0) = -2 \times \sqrt{1} + (1-2 \times 0) \frac{-0}{2\sqrt{1}} = -2 \times 1 + 0 \Rightarrow \boxed{f'(0) = -2}$$



(الف) (۱)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & x < 1 \\ x - 2 & 1 \leq x < 3 \\ 4 & x \geq 3 \end{cases}$$

x	-1	0	1	2	3	+
$f(x)$	-1	-2	-1	1	4	4

(ب) نقاط $x=1, x=3$ مشتق ناپذیرند. زیرا تابع در $x=3$ ناپیوسته است و در $x=1$ نیز

مشتق چپ دارد برابر نیست. (شیب نولد، همانقدر است)

$$f'(x) = \begin{cases} (x^2-2)' & x < 1 \\ (x-2)' & 1 \leq x < 3 \\ (4)' & 3 \geq x \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x & x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 3 \\ 0 & 3 \geq x \end{cases}$$

(ج)

$$f(x) = 2x - x^2$$

$$\overline{\text{اگند تغییر متوسط}} = \frac{f(b) - f(0)}{b - 0} = \frac{2b - b^2 - 0}{b} = 2 - b$$

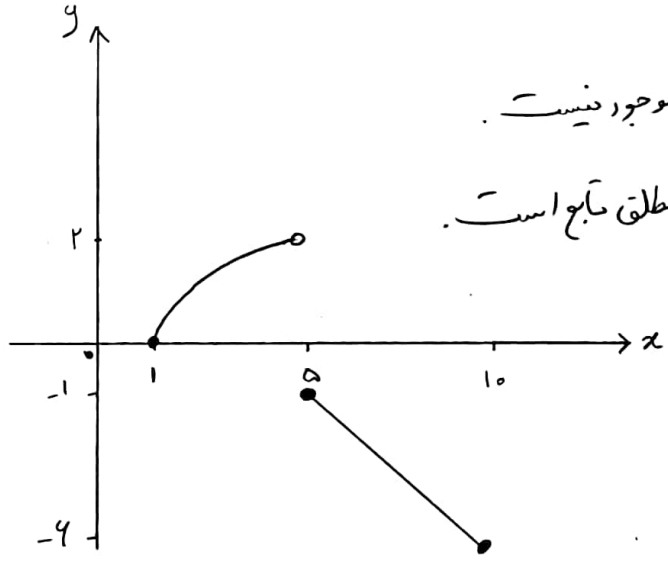
در بازه $[0, b]$

$$\overline{\text{اگند تغییر (ظرف)}} = f'(x) \quad f'(x) = 2 - 2x \Rightarrow f'(2) = 2 - 4 = -2$$

$x = 2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2 - b = -2 \Rightarrow \boxed{b = 4}$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & 1 \leq x < 5 \Rightarrow \sqrt{1-1} = 0, \sqrt{5-1} = \sqrt{4} = 2 \\ 4-x & 5 \leq x \leq 10 \Rightarrow 4-5 = -1, 4-10 = -6 \end{cases}$$



بجراوف : $x = \{1, 5, 10\}$ در این نقاط مشتق موجود نیست.
تابع ما در نیمه مطلق ندارد ولی نقطه $(5, -1)$ مینیمم مطلق تابع است.

$$f(x) = ax^3 - 4x + b$$

(13) نقطه $(1, 2)$ اکسترمم مینیمم تابع است پس داریم:

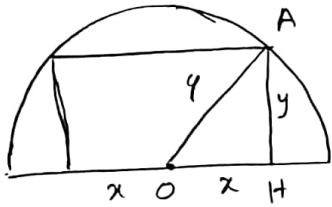
$$f(1) = 2, f'(1) = 0$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow a - 4 + b = 2 \Rightarrow a + b = 6$$

$$f'(x) = 3ax^2 - 4 \Rightarrow f'(1) = 0 \Rightarrow 3a - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{a = \frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x + 2 \Rightarrow f'(x) = 4x^2 - 4 = 4(x-1)(x+1)$$

مشتق در $x = 1$ تغییر علامت می دهد پس اکسترمم مینیمم است



$$S = \int \dots = 2xy$$

$$\triangle OAH: x^2 + y^2 = 4^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 16$$

$$\Rightarrow y^2 = 16 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt{16 - x^2} \Rightarrow S = \underbrace{2x}_u \underbrace{\sqrt{16 - x^2}}_v$$

$$S'(x) = 0 \Rightarrow u'v + uv' = 0$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{16 - x^2} + 2x \frac{-2x}{2\sqrt{16 - x^2}} = 2\sqrt{16 - x^2} - \frac{2x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2(16 - x^2) - 2x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = \frac{32 - 4x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \Rightarrow 32 = 4x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{16 - 8} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S = 2xy = 2 \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = \boxed{16}$$