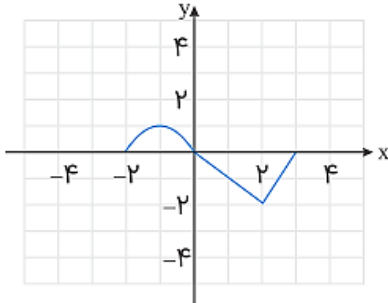
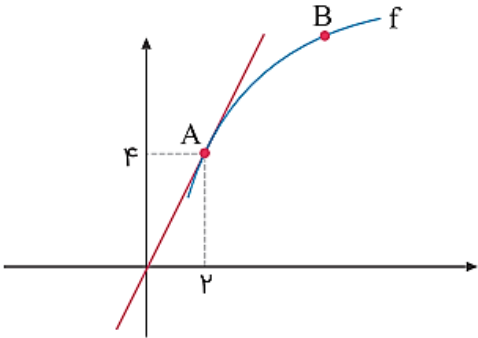


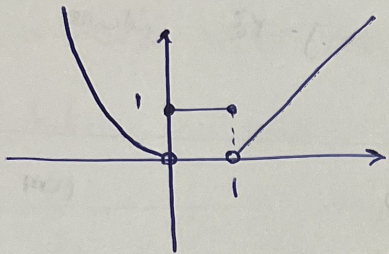
نام و نام خانوادگی		باسمه تعالی		تاریخ امتحان: / / 1401
.....		اداره کل آموزش و پرورش استان گیلان		تعداد صفحات: 2 صفحه
نام آموزشگاه:		سوالات امتحان پنجره ارتقاء درس حسابان 2		مدت امتحان: 100 دقیقه
رشته: ریاضی و فیزیک		دانش آموزان/ داوطلبان آزاد دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم		ساعت شروع:
ردیف	سوالات			نمره
1	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) ماکسیمم تابع <math>f(x) = 3 \sin(x) - 2</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) تابع <math>g(x) = \sqrt[3]{x}</math> دارای نقطه بحرانی ..... است.</p> <p>ج) دامنه تابع <math>h(x) = \tan(3x)</math> برابر ..... است.</p> <p>د) حاصل نامعادله <math>x^2 \geq x^3</math> بازه ..... است.</p>			1
2	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع <math>f(x) = (x-1)^3</math> روی دامنه خود اکیدا صعودی است.</p> <p>ب) تابع <math>g(x) =  x^2 - 1 </math> در دو نقطه مشتق پذیر نیست.</p> <p>ج) تابع <math>h(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}</math> مجانب افقی ندارد.</p> <p>د) اگر تابع <math>k(x)</math> در نقطه <math>x = a</math> پیوسته باشد، آنگاه <math>k(x) = a</math> مشتق پذیر است.</p>			1
3	<p>ابتدا نمودار تابع زیر را رسم کنید سپس بازه‌هایی را که در آن تابع، صعودی اکید، نزولی اکید یا ثابت است را مشخص کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & x > 1 \end{cases}$			1
4	<p>نمودار تابع <math>y = f(x)</math> در شکل زیر رسم شده است.</p>  <p>الف) نمودار تابع <math>y = 3f\left(\frac{x}{2}\right)</math> را رسم کنید.</p> <p>ب) دامنه تابع <math>y = 3f\left(\frac{x}{2}\right)</math> را تعیین کنید.</p>			1
5	<p>معادله مثلثاتی <math>\cos(x)(2 \cos(x) - 9) = 5</math> را حل کنید.</p>			1.5
6	<p>حدود زیر را محاسبه کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{x} \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 1}}{5 - 3x}$ <p>ادامه در صفحه 2</p>			1.25

1	<p style="text-align: center;">صفحه 2</p> <p>اگر تابع <math>f(x) = \frac{3x^2 - 2x + 1}{ax^2 + 2x + 8}</math> فقط دارای یک مجانب قائم باشد، مقدار <math>a</math> را به دست آورید و مشخص کنید مجانب افقی تابع <math>f</math> محور <math>y</math> ها را در چه نقطه ای قطع می کند؟ (<math>a \neq 0</math>)</p>	7
1.5	<p>نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر رسم شده است. اگر خط <math>d</math> در نقطه <math>A</math> بر نمودار تابع <math>f</math> مماس باشد:</p>  <p>الف) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}</math> را به دست آورید. ب) شیب خط های مماس در نقاط <math>A, B</math> را مقایسه کنید.</p>	8
2.25	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> $f(x) = \left(\frac{x}{2x-1}\right)^5$ $g(x) = x^2(\sqrt{x+1})$	9
1.5	<p>تابع <math>f(x) = \begin{cases} 2x - 1 &amp; x &lt; 0 \\ x^2 - 1 &amp; x \geq 0 \end{cases}</math> را در نظر بگیرید. الف) ضابطه تابع مشتق را بنویسید. ب) نمودار تابع <math>f'</math> را رسم کنید.</p>	10
1	<p>معادله حرکت متحرکی به صورت <math>f(t) = t^2 - t + 10</math> بر حسب متر در بازه زمانی <math>[0, 5]</math> داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه ای با سرعت متوسط در این بازه زمانی با هم برابرند.</p>	11
2	<p>مقدار ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع <math>f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+2}</math> را در بازه <math>[-1, 3]</math> بیابید.</p>	12
2.5	<p>جدول رفتار و نمودار تابع <math>f(x) = \frac{2x-1}{x+2}</math> را رسم کنید.</p>	13
1.5	<p>اگر نقطه <math>w(1, -4)</math>، نقطه عطف منحنی تابع <math>f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 7</math> باشد، آنگاه مقادیر <math>a, b</math> را به دست آورید.</p>	14

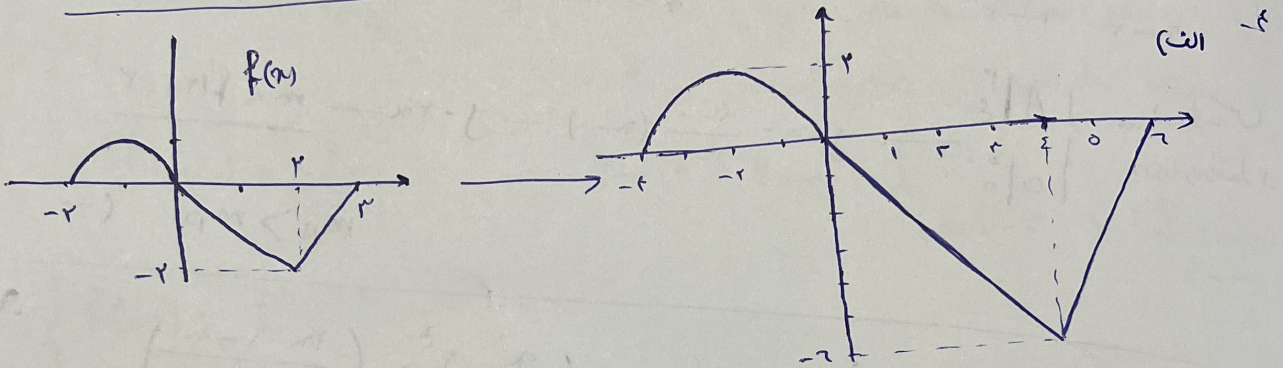
موفق باشید

۱- الف) ۱  $x=0$  ب)  $x \neq \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{6}$  ج)  $(-\infty, 1]$

۲- الف) درست ب) درست ج) نامرئی د) نامرئی



ترویج الکترونیک =  $(-\infty, 0)$   
 ثابت =  $[0, 1]$   
 مقهور الکترونیک =  $(1, +\infty)$



۳- الف) ۱  $D = [-4, 4]$

۴-  $2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0$

$\Delta = 121$   $\cos x = \frac{9 \pm 11}{4}$   $\begin{cases} \rightarrow \cos x = 5 \\ \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$  X

$\cos x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

۵-  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 1}}{x - 2x} \stackrel{0/\infty}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + |2x|}{-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{-2x} = \frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{rx^r - rx + 1}{ax^r + rx + 1}$$

-7

حون فقط يك جانب دارم پس نجح ريشه استاندارد

$$\Delta = r^2 - 4ra = 0 \rightarrow a = \frac{r}{4}$$

$$y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{rx^r - rx + 1}{\frac{1}{4}x^r + rx + 1} \stackrel{\text{موازى}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{rx^r}{\frac{1}{4}x^r} = 4r \quad y = 4r \text{ جانب افقى}$$

$$\lim_{x \rightarrow r} \frac{f(x) - f(r)}{x - r} = f'(r) = \text{شيب خط مماس بر منحنى}$$

تابع در نقطه  $x=r$

-8 (انت)

مساكنه ها  $x=r$  در نقطه  $x=r$

$$\left. \begin{array}{l} \text{At } \varepsilon \\ 0/0 \end{array} \right\} \rightarrow y = 0 = \frac{r-r}{r-r} (x-r) \rightarrow y = rx \rightarrow m = f'(r) = r$$

$$m_A > m_B \quad (-)$$

$$f(x) = \left(\frac{x}{rx-1}\right)^a \rightarrow f'(x) = a \left(\frac{x}{rx-1}\right)^{a-1} \times \left(\frac{rx-1-x}{(rx-1)^2}\right)$$

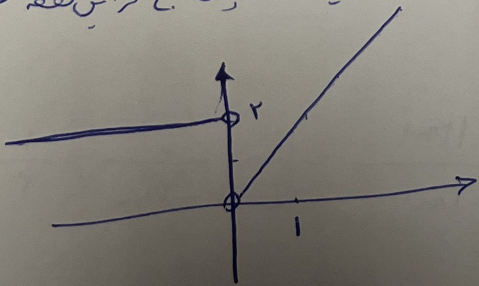
-9

$$g(x) = x^r (\sqrt{x+1}) \rightarrow g'(x) = rx \sqrt{x+1} + x^r \times \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

-10

$$f(x) = \begin{cases} rx-1 & x < 0 \\ x^r-1 & x \geq 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} r & x < 0 \\ rx & x \geq 0 \end{cases}$$

حون منق تابع در نقطه  $x=0$  دارا منق در است برابريت بين تابع در اين نقطه منق در است



$f'(x)$  منق

$$f(t) = t^2 - t + 1$$

-۱۱

سرعت متوسط در بازه [۰، ۵]  $V = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{25 - 1}{5} = 4$

سرعت لحظه‌ای  $V(t) = f'(t) = 2t - 1$

سرعت لحظه‌ای = سرعت متوسط  $\rightarrow 2t - 1 = 4 \rightarrow t = \frac{5}{2}$

$f(x) = x + \frac{4}{x+2}$   
[۰، ۳]

۱۲ - برای یافتن نقاط اکسترمم مطلق کافی است مقدار تابع را در نقاط ابتدا انتهای بازه و در سایر نقاط بحرانی  $f'(x) = 0$  مقایسه کنیم

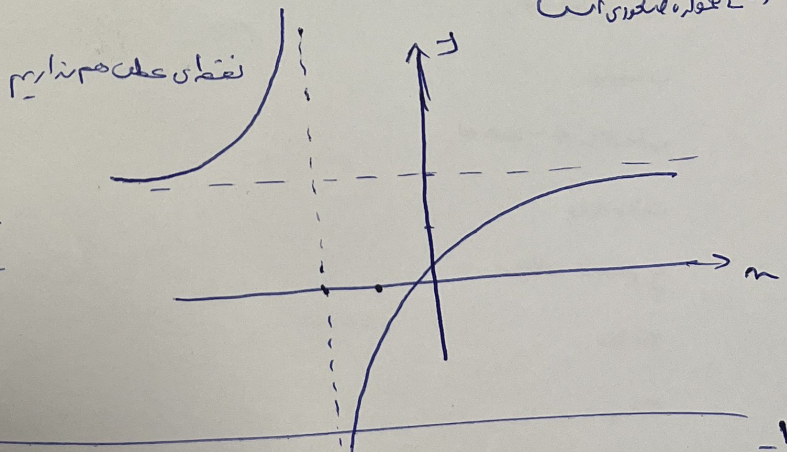
$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+2)^2} = 0 \rightarrow (x+2)^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$  در بازه [۰، ۳] فقط  $x = 0$  در نظر می‌گیریم

$f(-1) = 4$   
 $f(0) = 2 \rightarrow$  مینیمم مطلق  
 $f(3) = \frac{24}{5} \rightarrow$  مکسیمم مطلق

$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$   $D: \mathbb{R} - \{-2\}$   $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{(x+2)^2} = \frac{2}{(x+2)^2}$  -۱۳

$f''(x) = \frac{-4}{(x+2)^3}$

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'$	+	+	+
$f''$	+	-	-
$f$	$2$	$0$	$2$



$w(1, -2)$  استریم  $\rightarrow \begin{cases} f''(1) = 0 \\ f(1) = -2 \end{cases}$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$

$f''(x) = 2a \rightarrow f''(1) = 2a = 0 \rightarrow a = 0$

$f(x) = ax^2 - 2x + b + c$

$f(1) = 1 - 2 + b + c = -2$

$b = -1$

پاسخ تشریحی مسابان ۲  
استان گیلان

علیرضا زارعی

دانش آموخته مهندسی برق - صنعتی شریف

دانشجوی پزشکی - علوم پزشکی ایران

①

الف) !

ب) صفر

ج)  $\mathbb{R} - \left\{ k\pi \pm \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

$x \leq 1$  ( $>$ )

②

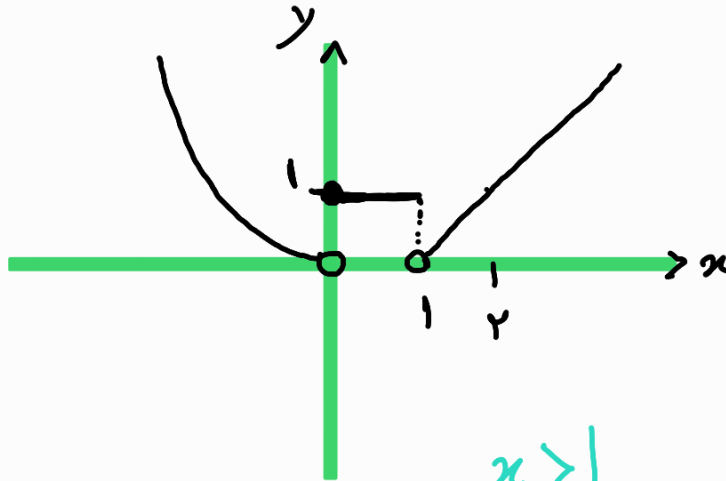
الف)  $\rightarrow$  درست

ب)  $\rightarrow$  درست

ج)  $\rightarrow$  درست

د)  $\rightarrow$  درست

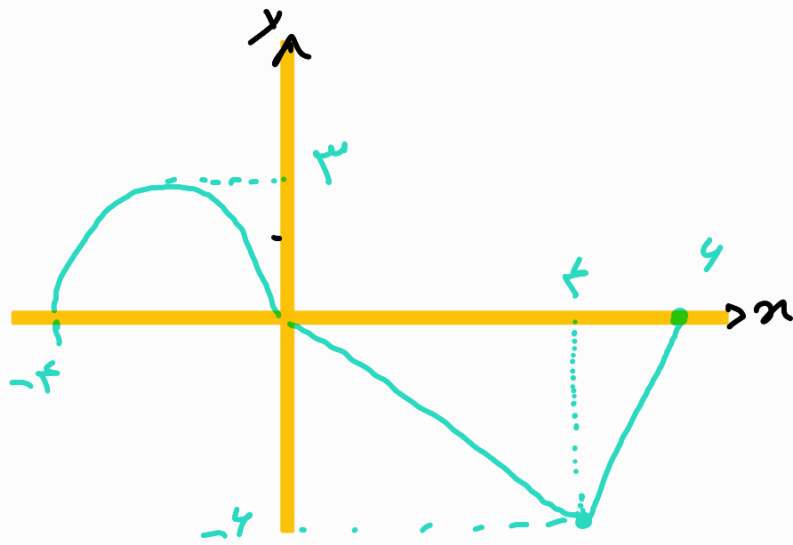
③



$x > 1$   $\rightarrow$  صعودی الیڈ  $\Leftarrow$   
 $0 \leq x \leq 1$   $\rightarrow$  ثابت  $\Leftarrow$   
 $x < 0$   $\rightarrow$  نزولی الیڈ  $\Leftarrow$

(4)

الف) طول نقاط ۲ برابر و عرض نقاط تابع ۳ برابر می شوند.



ب) دامنه تابع  $[-4, 4]$  است

(5)

$$2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0$$

$$\cos x = t$$

$$2t^2 - 9t - 5 = 0$$

$$\Delta = 81 + 40 = 121$$

$$t = \frac{9 \pm 11}{4}$$

ع.ق.ق

$$t = 5$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$



الف)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{0^-} = +\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 1}}{\Delta - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + |2x|}{\Delta - 2x}$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2x}{\Delta - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{-2x} = \frac{1}{2}$

$\alpha \neq 0$  است پس معادلی درجه دوم خارج باد  
 دارای، سه مضاعف باشد یعنی  $\Delta = 0$



$32\alpha = 0 \implies \alpha = \frac{1}{8}$

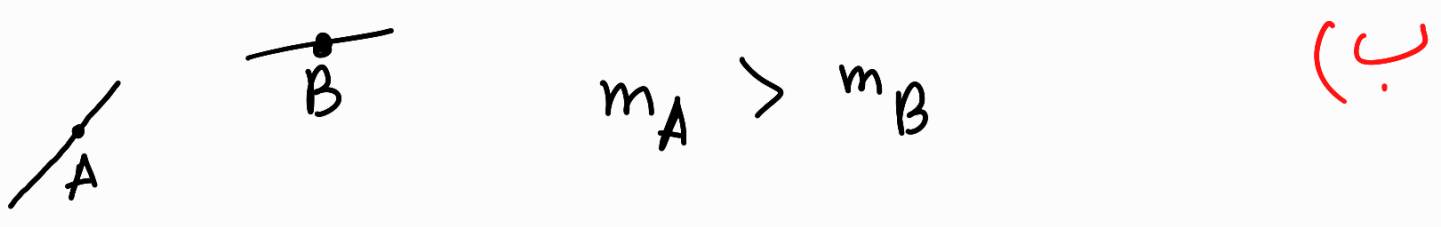
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{\frac{1}{8}x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{\frac{1}{8}x^2} = 16$

میان افقی  $y = 16$  است محور  $y$  را در نقطه  $(0, 16)$  قطع میکند.

۸

الف) حاصله همان مشتق تابع  $f$  در نقطه  $۲$  است که برابر با سیب نقطه  $(۲, ۲)$  است.

$$m_d = \frac{f}{۲} = ۲$$



۹

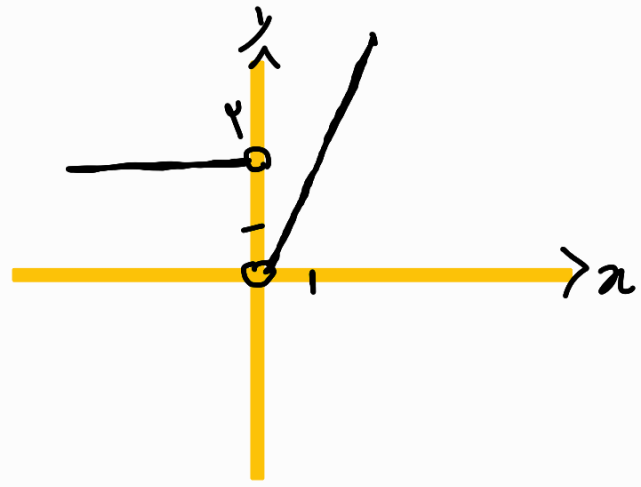
الف)  $f'(x) = d \left( \frac{x}{2^{n-1}} \right)^k \left( \frac{2^{n-1} - 2^n}{(2^{n-1})^2} \right)$

$$= d \left( \frac{x}{2^{n-1}} \right)^k \left( \frac{-1}{(2^{n-1})^2} \right)$$

ب)  $g'(x) = 2x \left( \sqrt{x+1} \right) + \frac{x^2}{2\sqrt{x+1}}$

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & x < 0 \\ 2x & x > 0 \end{cases} \quad \text{الف)}$$

در  $x=0$  تابع پیوسته است اما مشتق پذیر نیست.



ب)

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{f(\Delta) - f(0)}{\Delta - 0} = \frac{2\Delta - \Delta + 10 - 10}{\Delta} = 1$$

$$f'(t) = 2t - 1 \qquad f'(t_0) = 2t_0 - 1$$

$$2t_0 - 1 = 1 \Rightarrow t_0 = 1$$

در این لحظه برابرند

حاسبه بحرانی  $(-1, 3)$

۱۲

$$f'(x) = 1 + \frac{-4}{(x+2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \implies 1 = \frac{4}{(x+2)^2}$$

$$x+2 = \pm 2 \implies \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

حال مقادیر  $f(3)$  ،  $f(-1)$  ،  $f(0)$  را حساب کنیم.

$$f(0) = 3 \longrightarrow \text{min مطلق}$$

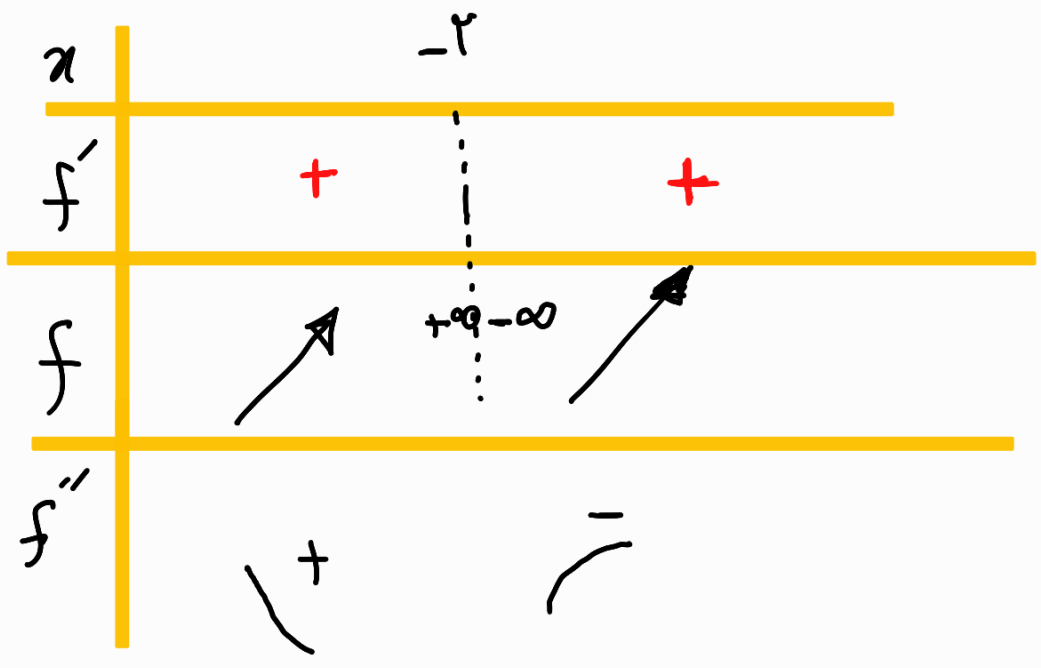
$$f(-1) = 4$$

$$f(3) = \frac{24}{5} \longrightarrow \text{max مطلق}$$

$$f'(x) = \frac{r(x+r) - (ra-1)}{(x+r)^r}$$

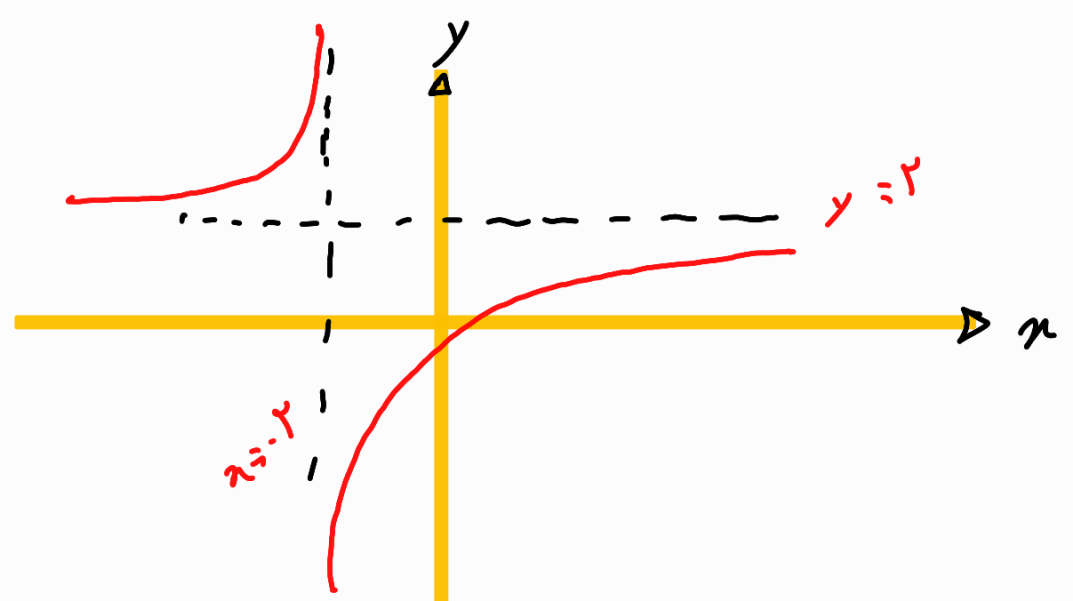
$$f'(x) = \frac{a}{(x+r)^r}$$

$$f''(x) = \frac{-10}{(x+r)^{r+1}}$$



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = r$$

مجاہب افقی  $y = r$



17

$$f'(x) = 2x^2 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 4x + 2a$$

$$f''(1) = 0$$

$$4 + 2a = 0$$

$$a = -2$$

$$f(1) = -1 \Rightarrow$$
  
$$a = -2 \Rightarrow$$

$$1 + a + b + 1 = -1$$

$$2 + b = -1$$

$$b = -3$$