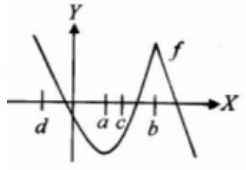
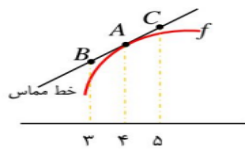
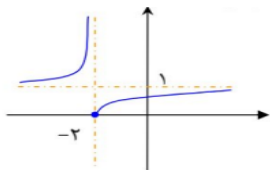


مدت امتحان ۱۳۰ دقیقه	تاریخ امتحان ۱۴۰۱/۰۱/۳۱	رشته: ریاضی و فیزیک	سئوالات امتحان شبه نهایی درس: حسابان ۲
ساعت شروع: ۸ صبح	اداره کل آموزش و پرورش استان چهار و محال وبختیاری		پایه دوازدهم دوره متوسطه
تعداد صفحه: ۲	با آرزوی قبولی طاعت و عبادات شما دانش آموزان عزیز		نام و نام خانوادگی
نمره	سئوالات		ردیف
۰/۲۵	درست یا نادرست بودن جمله های زیر را مشخص کنید		۱
۰/۲۵	الف) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها بدست می آید.		
۰/۲۵	ب) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.		
۰/۲۵	ج) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{3}$ که در آن $k \in Z$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.		
۰/۲۵	د) مینیمم تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 2$ برابر یک است.		
۰/۲۵	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.		۲
۰/۲۵	الف) اگر $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{64}$ باشد، حدود x برابر با است.		
۰/۲۵	ب) برای آنکه تابع $y = ax + b$ در دامنه اش هم صعودی باشد و هم نزولی، مقدار a باید برابر با باشد.		
۰/۲۵	ج) دوره تناوب تابع $y = -\frac{1}{4} \cos(\pi x)$ برابر با است.		
۱/۵	مقادیر a, b را طوری تعیین کنید که چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $x + 1$ و $x - 2$ بخش پذیر باشد		۳
۱	تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^3 - 2x & x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. حاصل a, b را بدست آورید.		۴
۰/۷۵	با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، به سئوالات زیر پاسخ دهید.		۵
		الف) طول نقطه ای که مماس در آن افقی باشد.	
		ب) طول نقطه ای که مشتق در آن مقداری منفی است.	
		ج) طول نقطه ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.	
۱	برای تابع f در شکل مقابل داریم. اگر $f'(4) = 1/5$ و $f(4) = 25$ با توجه به شکل، مختصات نقاط C, B, A را بیابید.		۶
			

ردیف	سئوالات	نمره
۷	چند جمله ای $x^5 + 1$ را برحسب عامل $x + 1$ تجزیه کنید .	۱
۸	معادله ی $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ را حل کنید .	۱
۹	با توجه به نمودار تابع f که در شکل زیر آورده شده است . به سئوالات زیر پاسخ دهید . 	۰/۵
۱۰	الف) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$ حاصل حد های زیر را بدست آورید .	۱
۱۰	الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x+1}{x-5} - \frac{2}{x} \right)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x]-2}{3-x}$	۱
۱۱	مجاذب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{3x}{x^2-1}$ را بیابید.	۱/۵
۱۲	نشان دهید ، نقطه ی به طول -1 ، $x = -1$ ، نقطه ی گوشه ای برای تابع $f(x) = x^2 + x $ می باشد .	۱
۱۳	مشق توابع زیر را محاسبه کنید . (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$ ب) $f(x) = (x^2 + 1)^3 (\Delta x - 1)$	۱/۵
۱۴	آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه ی $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = -1$ است ؟	۱
۱۵	مقادیر اکسترم های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ را در بازه $[-2, 3]$ به دست آورید .	۱/۵
۱۶	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید .	۲
۱۷	جهت تقعر و نقطه ی عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را بدست آورید .	۲
۲۰	"موفق باشید"	

محل مهر مدرسه		باسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان چهارمحال و بختیاری		نام و نام خانوادگی : نام پدر : شماره دانش آموزی : نام کلاس :	
		پاسخنامه آزمون شبه نهایی درس حسابان (۲) هماهنگ استانی سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰			
نام و نام خانوادگی مصحح امضاء :		نمره آزمون به حروف :		نمره آزمون به عدد :	
بارم	پاسخ سنوالات				ردیف
۱	الف) نادرست. ب) نادرست. ج) درست. د) نادرست				۱
۰/۷۵	الف) $[\frac{8}{3}, +\infty)$ ب) صفر ج) ۲				۲
۱	$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$ $\Rightarrow f(2) = 0 \rightarrow 8 + 4a + 2b + 1 = 0 \rightarrow 4a + 2b = -9$ $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$ $\Rightarrow f(-1) = -1 + a - b + 1 = 0 \rightarrow a - b = 0$ $\Rightarrow a = b = -\frac{3}{2}$				۳
۱	$f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^3 - 2x & x \leq 1 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} a & x > 1 \\ 3x^2 - 2 & x \leq 1 \end{cases}$ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = a \text{ و } f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2 - 2) = 1$ $f'_+(1) = f'_-(1) \rightarrow a = 1$ $a + b = -1 \xrightarrow{a=1} b = -2$				۴
۰/۷۵	الف : a ب : d ب : b				۵

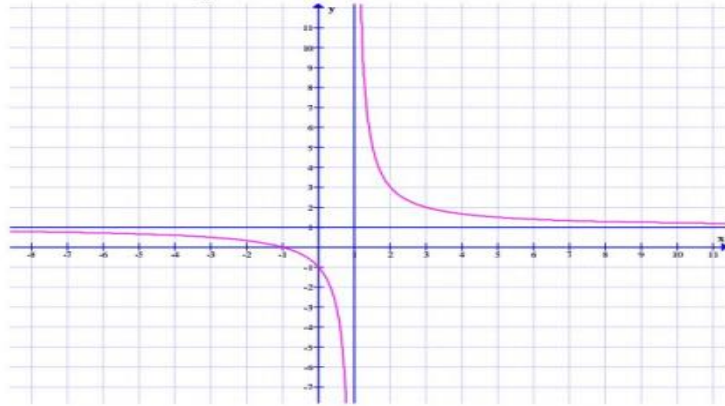
١	$f(4) = 25 \rightarrow A(4, 25)$ $f'(4) = \frac{3}{2} \rightarrow m = \frac{3}{2} \text{ شیب خط مماس}$ $y = m(x - a) + b \rightarrow y = \frac{3}{2}(x - 4) + 25 \text{ معادله‌ی خط مماس}$ $x = 5 \rightarrow y = \frac{3}{2}(5 - 4) + 25 = 26/2 \Rightarrow B(5, 26/2)$ $x = 3 \rightarrow y = \frac{3}{2}(3 - 4) + 25 = 23/2 \Rightarrow C(3, 23/2)$	٦
١	$x^5 + 1 = (x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1)$	٧
١	$2 \cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2 \cos^2 x + \cos x = 0 \rightarrow \cos x(2 \cos x + 1) = 0$ $\cos x = 0 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ $2 \cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\alpha = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$	٨
٠/٥	<p>الف) $+\infty$</p> <p>ب) ١</p>	٩

۰/۷۰	الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{[x] - 2}{3 - x} = \frac{[3^+] - 2}{3 - 3^+} = \frac{3 - 2}{0^-} = \frac{1}{0^-} = -\infty$	۱۰
۰/۷۰	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 1}{x - 5} - \frac{2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 1}{x - 5} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x} = 3 - 0 = 3$	۱
۱/۰	$x^3 - 1 = 0 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow x = 1$ این عدد ریشه‌ی صورت تابع نیست، لذا خط $x = 1$ مجانب قائم است.	۱۱
	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x^2} = 0$ لذا خط $y = 0$ مجانب افقی است.	
۱	تابع f در $x = -1$ پیوسته است. $f(-1) = (-1)^3 + (-1) = 1 - 1 = 0$ $f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{ x^3 + x - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{-x(x+1)}{x+1} = 1$ $f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{ x^3 + x - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1$ مشتق‌های راست و چپ تابع هر دو متناهی و نابرابرند. پس $x = -1$ نقطه‌ی گوشه‌ای تابع است.	۱۲
۰/۰	الف) $f'(x) = 3(2x)(x^2 + 1)^2 (\Delta x - 1) + \Delta(x^2 + 1)^3$ ب) $f'(x) = \frac{-\Delta \sin x (1 - \sin x) - (\cos x)(\Delta \cos x)}{(1 - \sin x)^2}$	۱۳

۱	$f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow \begin{cases} f'(-1) = 1 \\ f'(2) = 13 \end{cases} \quad \text{۱۳ برابر}$	۱۴									
۱/۵	<p> $f'(x) = x^2 + 2x \xrightarrow{f'(x)=0} x=0, x=-2$ </p> <p> $f(0) = 0, \quad f(-2) = \frac{2}{3}, \quad f(3) = 18$ </p> <p>لذا ماکزیمم مطلق تابع برابر ۱۸ و مینیمم مطلق آن صفر می باشد.</p> <table border="1" data-bbox="540 688 954 898" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-۲</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">+ ۰ - ۰ +</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;">↗ $\frac{4}{3}$ ↘ ۰ ↗</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </tbody> </table> <p>همچنین مینیمم نسبی تابع صفر می باشد.</p>	x	-۲	۰	f'	+ ۰ - ۰ +		f	↗ $\frac{4}{3}$ ↘ ۰ ↗		۱۵
x	-۲	۰									
f'	+ ۰ - ۰ +										
f	↗ $\frac{4}{3}$ ↘ ۰ ↗										
۱/۵		۱۶									

$x=1$ مجانب قائم و $y=1$ مجانب افقی و $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	—		—
y	$1 \searrow$	$-\infty$ $+\infty$	$\searrow 1$



۱/۵

$$f'(x) = -3x^2 + 6x \rightarrow f''(x) = -6x + 6 \xrightarrow{f''(x)=0} -6x + 6 = 0 \rightarrow x=1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y''	+	0	-
y	$+\infty$ ∪	3 عطف	$-\infty$ ∩

۱۷